

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

Profilul real specializarea științele naturii

Profilul tehnic

**Etape locală, 16 februarie 2019**

**Clasa a XI-a**

## 1. Feladat (7 pont)

Adottak az  $X(a) = \begin{pmatrix} 1 + 2a & a \\ -2a & 1 - a \end{pmatrix}$ ,  $a \in \mathbf{R}$  mátrixok.

- Igazoljátok, hogy  $X(a) \cdot X(b) = X(a + b + ab)$ ,  $\forall a, b \in \mathbf{R}$ .
- Bizonyítsátok be, hogy  $X^n(1) = X(2^n - 1)$ ,  $\forall n \in \mathbf{N}^*$ .

## 2. Feladat (7 pont)

Adott a  $D(a, b) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \end{vmatrix}$  determináns, ahol  $a$  és  $b \in \mathbf{R}$ .

- Igazoljátok, hogy  $D(2,3)=2$ .
- Ellenőrizték, hogy  $D(a,b)=(a-1)(b-1)(b-a)$ ,  $\forall a, b \in \mathbf{R}$ .
- Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak a  $P_n(n, n^2)$  pontok,  $n \in \mathbf{N}^*$ . Határozzátok meg az  $n$ ,  $n \geq 3$  természetes számot úgy, hogy a  $P_1 P_2 P_n \Delta$  területe 1 legyen.

## 3. Feladat (7 pont)

Adott az  $f: \mathbf{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - x}{x + 1}$  függvény.

- Határozzátok meg a függvény aszimptotáinak egyenletét.
- Határozzátok meg az  $a$  és  $b \in \mathbf{R}$ , értékét úgy, hogy

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 - x}{x + 1} - ax - b \right) = 3.$$

## 4. Feladat (7 pont)

Számítsátok ki a következő határértékeket:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}{2x + 3}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 7x}.$$

**Megjegyzés:** Munkaidő 3 óra.

Minden feladat kötelező.